Etablissement Inter – Etats d'Enseignement Supérieur
Représentation du Cameroun
CENTRE D'EXCELLENCE TECHNOLOGIQUE PAUL BIYA
BP 13 719 Yaoundé (Cameroun) Tél. (237) 242 72 99 57/ 242 72 99 58 691 902 120
Site web: E-mail: contact@

MATHEMATIQUES DISCRETES- RATTRAPAGE CONTROLE CONTINU

Classes : L1F, L1G, L1H durée 1h

Partie A – Restitution organisée de connaissances

On rappelle ci-dessous le théorème de BÉZOUT et le théorème de GAUSS.

Théorème de BÉZOUT :

Deux entiers relatifs a et b sont premiers entres eux si et seulement si, il existe un couple (u, v) d'entiers relatifs vérifiant $au + bv = 1$.

Théorème de GAUSS :

Soient a,b,c des entiers relatifs.

Si a divise le produit bc et si a et b sont premiers entre eux, alors a divise c

1. *En utilisant le théorème de BÉZOUT, démontrer le théorème de GAUSS.* **1 pt**
2. *Soient p et q deux entiers naturels tels que p et q sont premiers entre eux.*
   Déduire du théorème de GAUSS que, si a est un entier relatif, tel que $a \equiv 0[p]$ et $a \equiv 0[q]$, alors $a \equiv 0[pq]$
   1 pt

Partie B

On se propose de déterminer l'ensemble $\mathfrak{I}$ des entiers relatifs n vérifiant le système :

$$\begin{cases} n \equiv 9[17] \\ n \equiv 3[5] \end{cases}$$

1. *Recherche d'un élément de $\mathfrak{I}$*
   On désigne par (u, v) un couple d'entiers relatifs tels que $17u + 5v = 1$.
   a. *Justifier l'existence d'un tel couple (u, v).* **1 pt**
   b. *On pose $n_0 = 3 \times 17u + 9 \times 5v$. Démontrer que n_0 appartient à $\mathfrak{I}$* **2 pts**
   c. *Donner un exemple d'entier n_0 appartenant à $\mathfrak{I}$* **1 pt**
2. *Caractérisation des éléments de $\mathfrak{I}$*
   a. *Soit n un entier relatif appartenant à $\mathfrak{I}$*
   Démontrer que $n - n_0 \equiv 0[85]$. **2 pts**
   b. *En déduire qu'un entier relatif n appartient à si et seulement si n peut s'écrire sous la forme $n = 43 + 85k$ où k est un entier relatif.*
   2 pts
3. *Application*
   Merveille sait qu'elle a entre 300 et 400 jetons. Si elle fait des tas de 17 jetons, il lui en reste 9. Si elle fait des tas de 5 jetons, il lui en reste 3. Combien a-t-elle de jetons ?